

研究概要

ワイエルストラス型表現公式をもちいてさまざまなクラスの曲面の性質を調べていたが、そのなかで、特異点をもつ曲面が微分幾何学的にも興味深いクラスであることがわかってきた。とくに (1) 3次元ミンコフスキー空間の極大曲面 (2) 3次元ド・ジッター空間の定平均曲率 1 の曲面や (3) 3次元双曲空間の平坦フロントを調べた。さらに、特異点をもつ曲面の一般論として、(4) 特異点の微分幾何学的不変量 — 曲率 — を導入してその性質を調べた。

1. 3次元ミンコフスキー空間の特異点をもつ極大曲面のクラス (梅原・山田により極大面 *maxface* と命名された) の非自明な例を構成し、その対応物として、ド・ジッター空間の完備 CMC-1 面で種数の高い例を構成した。
2. 極大面や CMC-1 面、さらに双曲空間の平坦フロントなど特異点をもつ曲面のクラスについて、完備性および弱完備性の概念を整理し、それらの関係を明らかにした。その際、ユークリッド空間の完備極小曲面の理論を構築する際に用いられた Osserman の補題をさらに精密化する必要があった (梅原・山田)
3. 3次元ド・ジッター空間の特異点をもつ平均曲率 1 の曲面のうち、 $SL(2, C)$ への正則等方的はめこみにもちあがるようなもの (CMC-1 face) の微分幾何学的な性質、および特異点の性質を調べた (藤森, Rossman, 梅原, 山田, Yang)。
4. 3次元双曲空間の平坦フロントの弱完備かつ完備でないエンドの挙動を解析し、その切り口あサイクロイドに漸近することを示した (國分・Rossman・梅原・山田)
5. 一般に 3次元リーマン多様体 (とくにユークリッド空間) 内のフロントの *cuspidal edge* 特異点に対して、測地的曲率の概念を用いて曲率を定義し、その幾何学的性質を調べた。さらに、この概念を抽象化し、ambient space を考えない内的な状況で、特異点を含むある種の計量に関するガウス・ボンネの定理を示した (佐治, 梅原, 山田)。
6. 極小曲面に関するカラビの問題「3次元ユークリッド空間の完備有界な極小曲面は存在するか」(Nadirashvili により存在が示された) に対応して、3次元双曲空間の完備有界な平均曲率 1 の曲面を構成した。その系として、3次元ユークリッド空間の完備有界な極小曲面で、その共役曲面も有界なものが構成できた (Martin, 梅原, 山田)。
7. 一般に $n + 1$ 次元多様体の特異点をもつ超曲面としての波面の A_k -特異点の判定条件を記述した (佐治, 梅原, 山田)。

「マス・フォア・インダストリ」にかかわる H20, 21 年度の研究実績概要

超幾何微分方程式の「双曲的シュワルツ写像」とよばれる 3次元双曲型空間の平坦フロントを定義し、その性質を調べた (佐々木, 吉田, 山田)。さらに、その特異点の挙動、とくにジェネリックでない特異点が現れる場合を詳細に調べた。超幾何微分方程式というシンプルな対象であるが、双曲的シュワルツ写像のジェネリックでない特異点を特定

するには、かなり複雑な多項式を取り扱わなければならない。そのため、野呂、佐々木、吉田、山田では Risa/asir を用い、いくつかの場合を特定した。これは計算機代数の数学における一つの応用例として重要な意味をもつ。

研究業績

1. Shoichi Fujimori, Wayne Rossman, Masaaki Umehara, Kotaro Yamada and Seog-Deong Yang, New maximal surfaces in Minkowski 3-space with arbitrary genus and their cousins in de Sitter 3-space Results in Mathematics, vol. 56 (2009) 41–82.
2. Shoichi Fujimori, Wayne Rossman, Masaaki Umehara, Kotaro Yamada and Seog-Deong Yang, Spacelike mean curvature one surfaces in de Sitter 3-space, Communications in Analysis and Geometry, vol. 17 (2009) 383–427.
3. Francisco Martin, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, Complete bounded holomorphic curves immersed in C^2 with arbitrary genus, Proceedings of the American Mathematical Society, vol. 137 (2009), 3437–3450.
4. Francisco Martin, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, Complete bounded null curves immersed in C^3 and $SL(2, C)$, Calculus of Variations and Partial Differential Equations, vol 36 (2009), 119–139.
5. Masatoshi Kokubu, Wayne Rossman, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, Asymptotic behavior of flat surfaces in hyperbolic 3-space, Journal of the Mathematical Society of Japan, vol 61 (2009), 799–852.
6. Kentaro Saji, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, Ak singularities of wave fronts, Mathematical Proceedings of Cambridge Philosophical Society, vol. 46 (2009), 731–746.
7. Kentaro Saji, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, The geometry of fronts, Annals of Mathematics, 169 (2009), 491–529.
8. Takeshi Sasaki, Kotaro Yamada and Masaaki Yoshida, Derived Schwarz map of the hypergeometric differential equation and a parallel family of flat fronts, International Journal of Mathematics, vol. 19 (2008), 847–863.
9. Masayuki Noro, Takeshi Sasaki, Kotaro Yamada and Masaaki Yoshida, Confluence of swallowtail singularities of the hyperbolic Schwarz map defined by the hypergeometric differential equation, Experimental Mathematics, vol. 17 (2008), 191–204.

プレプリント

10. Huili Liu, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, The duality of conformally flat manifolds preprint, arXiv:1001.4569 [math.DG] (Version 1; January 25, 2010),
11. Kentaro Saji, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, Singularities of Blaschke normal maps of convex surfaces preprint, arXiv:1001.1200 [math.DG] (Version 1; January 8, 2010),

12. Kentaro Saji, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, The intrinsic duality on wave fronts preprint, arXiv:0910.3456 [math.DG] (Version 1; January 31, 2010),
13. Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, Applications of a completeness lemma in minimal surface theory to various classes of surfaces preprint, arXiv:0909.1128 [math.DG] (Version 1; September 7, 2009),
14. Kentaro Saji, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada, The duality between singular points and inflection points on wave fronts, preprint, arXiv:0902.0649 [math.DG] (Version 5; January 15, 2010), to appear in Osaka Journal of Mathematics.

講演

1. Mean curvature one surfaces in de Sitter 3-space, Differential Geometry with Mira, 14, April 2009, Osaka University.
2. ワイエルストラス型表現公式とそれらの応用, 九州幾何学セミナー, 2009年7月17日, 九州大学
3. Maximal surfaces in Lorentz-Minkowski space, Geometry and Something, 2009年11月21日, 福岡大学セミナーハウス
4. ガウス写像の幾何, 2010年2月19日・20日, 第4回福岡札幌幾何学セミナー, 九州大学西新プラザ

学位

博士・理学 (慶応義塾大学)

その他特記事項

- ・日本数学会評議員 (幾何学分会, 2009年度)
- ・幾何学阿蘇研究集会, 世話人, 2006年9月10日(日)~9月13日(水), 休暇村南阿蘇
- ・幾何学阿蘇研究集会, 世話人, 2007年9月2日(日)~9月5日(水), 休暇村南阿蘇
- ・幾何学阿蘇研究集会, 世話人, 2008年8月31日(日)~9月3日(水), 休暇村南阿蘇
- ・International Workshop on Integrable systems, Geometry and Visualization 2008 (IGV 2008), December 11-13, 2008, Kyushu University; Organizer.
- ・2009年度幾何学シンポジウム, 組織委員, 2009年8月28日~31日.
- ・幾何学阿蘇研究集会, 世話人, 2009年9月13日(日)~9月16日(水), 休暇村南阿蘇
- ・離散可積分系・離散微分幾何チュートリアル, 組織委員, 2010年2月22日(月)~2月24日(水), 九州大学稲盛ホール